783

MPH-04

June - Examination 2016

M.Sc. (Previous) Physics Examination

Classical Electro Dynamics and Special Theory of Relativity

चिरसम्मत विद्युतगतिकी तथा सापेक्षिकता का विशिष्ट सिद्धान्त

Paper - MPH-04

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper.

निर्देश : यह प्रश्न–पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें।

Section - A $8 \times 2 = 16$

(Very Short Answer Questions)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answers in one word, one sentence or maximum upto 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) Given the vector field $\vec{A} = 5x^2\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)\hat{i}$ find $di\vartheta\,\vec{A}$ at $x=1$.

यदि $\vec{A} = 5x^2\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)\hat{i}$ तो $di\vartheta\,\vec{A}$ का मान $x=1$ पर ज्ञात कीजिये।

(ii) Express the field vectors $\vec{E}$ and $\vec{B}$ in terms of the electromagnetic potentials $\vec{A}$ and ϕ.

क्षेत्र सदिश $\vec{E}$ तथा $\vec{B}$ को विभव $\vec{A}$ तथा ϕ के रूप में व्यक्त कीजिए।

(iii) In free space, $\vec{E}(z,t) = 10^3 \sin(wt - kz)\,\hat{y}\left(\frac{V}{m}\right)$ obtain $\vec{H}(z,t)$

मुक्त आकाश में $\vec{E}(z,t) = 10^3 \sin(wt - kz)\,\hat{y}\left(\frac{V}{m}\right)$ तो $\vec{H}(z,t)$ को प्राप्त कीजिए।

(iv) If electric field $\vec{E} = 2ax\,\hat{i} + 3by\,\hat{j} + 3cz\,\hat{k}$ the find the volume charge density.

यदि विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = 2ax\,\hat{i} + 3by\,\hat{j} + 3cz\,\hat{k}$ तो आयतन आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

(v) Is $E^2 - B^2C^2$ invariant of the electromagnetic fields.

क्या $E^2 - B^2C^2$ विद्युत चुम्बकीय क्षेत्र का निश्चर है?

(vi) How do the components of a four vector A^{μ} transform under Lorentz transformation?
किसी चतुर्सदिश A^{μ} के घटक लोरेंन्टज रूपान्तर के अन्तर्गत किस प्रकार से रूपान्तरित होते हैं?

(vii) Write the Lorentz gauge condition.
लारेन्ज गेज की शर्त लिखिए।

(viii) What is gauge in variance?
गेज निश्चरता क्या है?

Section - B **4 × 8 = 32**

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड – ब)

(लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Derive the equation of continuity.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + di\,\vartheta\,\vec{\tau} = 0$$

Give its physical significance.

निरन्तरता समीकरण

$\frac{\partial p}{\partial t} + di\,\vartheta\,\vec{\tau} = 0$ की व्युत्पत्ति दें तथा इस समीकरण की भौतिक सार्थकता भी बताइए।

3) Show that $\vec{E} \cdot \vec{B}$ is in variant under Lorentz transformation.
सिद्ध करिए कि लोरेंज रूपान्तरण में $\vec{E} \cdot \vec{B}$ निश्चर रहता है।

4) Give multipole expansion of a localized charge distribution described by the change density $\rho(\vec{r}')$. Write down the potential if we are far away from a localized charge distribution.
एक स्थानिक आवेश वितरण का आवेश घनत्व $\rho(\vec{r}')$ से परिभाषित है। इस आवेश वितरण के द्वारा किसी दूर के बिन्दु पर विद्युत विभव मल्टीपोल प्रसार श्रेणी के रूप में प्राप्त कीजिए।

5) A point charge q is located of at $\vec{y}$ relative to the origin, around which is centered a grounded conducting sphere of radius a. Find the potential $\phi(\vec{x})$at a point $\vec{x}$. Charge q is outside the sphere. Use method of images.
एक बिन्दुवत आवेश q की स्थिति $\vec{y}$ पर है, जब कि मूलबिन्दु ग्राउन्डेड चालक गोले के केन्द्र पर है। आवेश q चालक गोले से बाहर स्थित है। गोले की त्रिज्या a है। विभाव $\phi(\vec{x})$ का मान, किसी बिन्दु जिसका स्थिति सदिश $\vec{x}$ है, परज्ञात करो। 'आवेश विम्ब विधि' का उपयोग करें।

6) Derive an expression for the electrostatic energy in dielectric media and show that it is equal to

$$W = \frac{1}{2} \in_0 \int \vec{E} \cdot \vec{D}\, d^3 x$$

किसी डाइइलेक्ट्रिक (परावैद्युत) माध्यम में निहित स्थिर वैद्युत ऊर्जा का व्यंजक प्राप्त करें, सिद्ध करें की इसका मान

$W = \frac{1}{2} \in_0 \int \vec{E} \cdot \vec{D}\, d^3 x$ है।

7) Derive an expression for the power radiated by an accelerated charge q and show that its is equal to $P = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4\pi \in_0}\right)\frac{q^2 a^2}{c^3}$ Here a is acceleration.

एक त्वरित आवेश q के द्वारा उत्सर्जित शक्ति का व्यंजक प्राप्त करें। सिद्ध करें कि उत्सर्जित शक्ति $P = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4\pi \in_0}\right)\frac{q^2 a^2}{c^3}$
यहाँ a आवेश का त्वरण है।

8) What is a wave guide? Assume that the walls of the waveguide are perfectly conducting and take the Z-axis along the waveguide.

(i) What are TE and TM waves?

(ii) Express Ex, Ey, Hx, Hy in terms of Ez. Show that Ez satisfies a two - dimensional wave equation.

$\Delta_2 E_z + K^2 E_z = 0$

Where Δ_2 being two dimensional Laplacian, and

$K^2 = \frac{w^2}{c^2} - k_z^2$?

तरंग पथक क्या है? यह मानकर चलें कि तरंग पथक की दीवार पूर्ण चालक है तथा अक्ष तरंग पथक की अक्षीय दिशा में है।

(i) TE तथा TM तरंगे क्या हैं?

(ii) Ex, Ey, Hx, Hy को Ez. के रूप में लिखें यह भी सिद्ध करें कि Ez एक द्विविभीय तरंग समीकरण

$\Delta_2 E_z + K^2 E_z = 0$

को संतुष्ट करता है। यहाँ पर Δ_2 द्विविभीय लाप्लासियत संकारक है तथा $K^2 = \frac{w^2}{c^2} - k_z^2$? है।

9) A current distribution gives rise to the vector magnetic potential $\vec{A} = x^2 y\hat{i} + y^2 x\hat{j} - 4xyz\,\hat{k}\left(\frac{wb}{m}\right)$. Calculate magnetic induction $\vec{B}$ at point (–1, 1, 2).

धारा वितरण निम्न सदिश चुम्बकीय विभव $\vec{A} = x^2 y\hat{i} + y^2 x\hat{j} - 4xyz\,\hat{k}\left(\frac{wb}{m}\right)$ उत्पन्न करता है तो चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ बिंदु (–1, 1, 2) पर ज्ञात कीजिए।

Section - C $2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड – स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) A point charge q is brought to a position a distance d away from an infinite plane conductor held at zero potential. Using the method of images, find :

(i) the surface charge density induced on the plane;

(ii) the force between the plane and the charge by using Coulomb's law for the force between the charge and its image;

(iii) the total force acting on the plane by integrating $\frac{\sigma^2}{2 \in_0}$ over the whole plane.

(iv) the work necessary to remove the charge q from its position to infinity.

एक बिन्दुवत आवेश q एक समतलीय d दूरी पर स्थित है। समतलीय चालक शून्य विभव पर है। आवेश–विम्ब–विधि का उपयोग करते हुए, प्राप्त करें :

(i) समतलीय चालक सतह पर प्रेरित पृष्ठ–आवेश घनत्व,

(ii) समतलीय चालक एवम् बिन्दुवत आवेश के मध्य बल (आवेश q तथा तथा प्रति बिम्ब आवेश के मध्य कूलाँम बल के सहायता से ज्ञात करे।

(iii) समतलीय धरातल पर लगने वाला विद्युतीय बल का कुल परिमाण। यह बल $\frac{\sigma^2}{2 \in_0}$ को समतलीय धरातल पर इंटिग्रेट करने से प्राप्त होगा।

(iv) आवेश q को अनंत तक हटाने में किये गये कार्य की गणना

11) (i) Write the Maxwell's equation for electromagnetic fields in a homogeneous medium with constant $\in$ and μ. Hence reduce the wave equation for $\vec{H}$.

(ii) In free space, $\vec{E}(z, t) = 10^3 \sin(\omega t - \beta z)\, \hat{y} \left(\frac{V}{m}\right)$ Obtain $\vec{H}(z, t)$.

(i) विद्युत चुम्बकीय क्षेत्रों के लिये मैक्सवेल समीकरण लिखें जबकि माध्यम समांगी है, μ तथा $\in$ स्थिरांक हैं। इससे $\vec{H}$ के लिए तरंग समीकरण प्राप्त करें।

(ii) फ्री–स्पेस (निर्वात) $\vec{E}(z, t) = 10^3 \sin(\omega t - \beta z)\, \hat{y} \left(\frac{V}{m}\right)$ में है। तो $\vec{H}(z, t)$ प्राप्त करें।

12) (i) How do the components of a four vector A_μ transform under Lorentz transformation?

(ii) Define electromagnetic field tensor $F_{\mu\vartheta}$. Write the components of $F_{\mu\vartheta}$

(iii) What are the in variants of electromagnetic field tensor $F_{\mu\vartheta}$?

(i) किसी चर्तुविभीय सदिश A_μ के घटक लोरेंज रूपान्तरण के अन्तर्गत किस प्रकार रूपान्तरित होंगे?

(ii) विद्युत चुम्बकीय फिल्ड टेंसर $F_{\mu\nu}$ को परिभाषित करें तथा $F_{\mu\nu}$ के घटकों को लिखें।

(iii) विद्युत चुम्बकीय फील्ड टेंसर $F_{\mu\nu}$ के निश्चर राशियाँ क्या हैं?

13) (i) Obtain the Lagrangian and Hamiltonian function of a charged particle q in an electromagnetic field. For non-relationistic motion show that the Lagrangian L is

$L = \frac{1}{2} m v^2 - (\phi - \vec{v} \cdot \vec{A})$ and Hamiltorian H is

$H = \frac{1}{2m} (\vec{P} - q\vec{A})^2 + q\phi.$

(ii) Show that the momentum of charged particle in electromagnetic field is $\vec{P} - m\vec{v} + q + \vec{A}$

(i) एक आवेशित कण q जो, कि विद्युत चुम्बकीय क्षेत्र में है, का लेगरेंजियन व हेमिल्टोनियन फलन प्राप्त करो। यदि आवेश q की गति आपेक्षिकीय नहीं है तो सिद्ध करें कि आवेशित करो। q का लेगरेंजियन फलन $L = \frac{1}{2} m v^2 - (\phi - \vec{v} \cdot \vec{A})$ होगा।

तथा का हेमिल्टोनियन $H = \frac{1}{2m} (\vec{P} - q\vec{A})^2 + q\phi$ होगा।

(ii) सिद्ध करो कि कण का संवेग $\vec{P} - m\vec{v} + q + \vec{A}$ होगा।